

TD d'Optique 2

Interférences – Notion de cohérence

26/09/2018



EXERCICE I NOTION DE COHÉRENCE TEMPORELLE

On considère un dispositif à trous d'Young (FIG. 1.1). Une source S , considérée comme ponctuelle, illumine deux trous, S_1 et S_2 , situés à une distance l de la source. Les trous S_1 et S_2 sont infiniment petits et séparés d'une distance a .

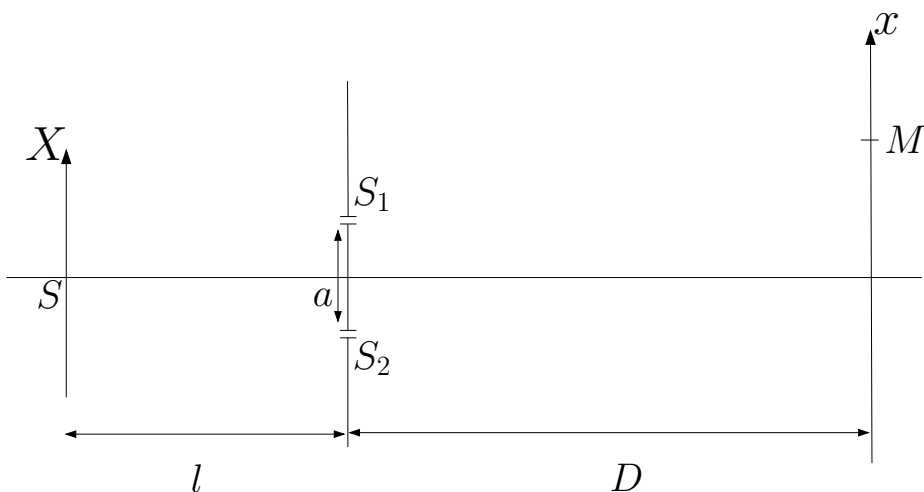


FIGURE 1.1 – Dispositif à trous d'Young, source ponctuelle.

1. On suppose que la source est purement monochromatique à la fréquence ν . Décrire ce que l'on observe sur l'écran situé à la distance D des bi-trous. On précisera bien toutes les approximations faites.
2. Que se passe-t-il si la source est composée de deux raies spectrales monochromatiques de fréquences ν_1 et ν_2 ?
3. On considère une source de profil spectral $I(\nu)$, centré sur une fréquence ν_0 , de largeur

Γ supposée petite devant ν_0 : $\Gamma \ll \nu_0$. Par définition, l'intensité lumineuse émise dans une bande spectrale centrée sur ν , de largeur $d\nu$, est $I(\nu) d\nu$.

- 3.1 Calculer la figure d'interférence et montrer qu'elle est similaire à celle obtenue pour une source monochromatique à ν_0 , à une variation spatiale du contraste C près qu'on exprimera en fonction de $I(\nu)$. On introduira la notation $I_0 = \int I(\nu) d\nu$.
- 3.2 Application au cas d'un fonction porte : $I(\nu) = 1$ si $\nu \in [\nu_0 - \Gamma/2, \nu_0 + \Gamma/2]$, $I(\nu) = 0$ sinon.
- 3.3 Application au cas d'une raie lorentzienne, de profil spectral

$$I(\nu) = I_0 \frac{2}{\pi\Gamma} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Gamma}\right)^2}.$$

On donne

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2}{\pi\Gamma} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\nu}{\Gamma}\right)^2} e^{-2i\pi\nu t} d\nu = e^{-\pi\Gamma|t|}.$$

EXERCICE II MODÈLE DES TRAINS D'ONDE ET COHÉRENCE TEMPORELLE

On modélise une source thermique comme une assemblée d'atomes excités qui émettent une succession de trains d'ondes, *i.e.* des vibrations lumineuses sinusoïdales de durée finie. Considérons un de ces trains d'onde, $U(t)$, centrée en $t = 0$ et de durée τ :

$$\begin{cases} U(t) = e^{i\varphi} e^{2i\pi\nu_0 t}, & |t| < \tau/2, \\ U(t) = 0, & |t| > \tau/2. \end{cases}$$

La phase φ est constante sur la durée du train d'onde mais varie d'un train d'onde à un autre.

1. Quel est le spectre, en fréquences temporelles, d'un seul train d'onde de durée τ ?
2. La source émet une succession de trains d'onde identiques mais de phases relatives aléatoire. Quel est le spectre de la lumière émise par cette source ?
3. Soit $\delta\nu$ la largeur du spectre (défini en notant $\nu_0 \pm \delta\nu/2$ les lieux des premières annulations). Quelle relation y a-t-il entre $\delta\nu$ et τ ?

- Que vaut l'intervalle de longueur d'onde $\delta\lambda$ correspondant ? Définir la longueur de cohérence et le temps de cohérence, et les calculer pour
 - la lumière blanche,
 - une raie de lampe spectrale (par exemple, pour une lampe à mercure basse pression, l'élargissement Doppler de la raie verte à $\lambda_0 = 546 \text{ nm}$ est de l'ordre de $\delta\lambda \approx 0,03 \text{ nm}$),
 - un laser He-Ne, de largeur spectrale $\delta\nu \approx 100 \text{ MHz}$ typiquement.

EXERCICE III NOTION DE COHÉRENCE SPATIALE

On considère le même dispositif à trous d'Young que précédemment, mais la source S est maintenant constituée d'une fente source de largeur b (FIG. 3.1). Les deux trous S_1 et S_2 sont maintenant des fentes, parallèles à la fente source, mais infiniment fines. On note S' un point courant de la fente source. On suppose, dans tous les cas, que la source est parfaitement monochromatique, de longueur d'onde λ : elle est parfaitement cohérente temporellement.

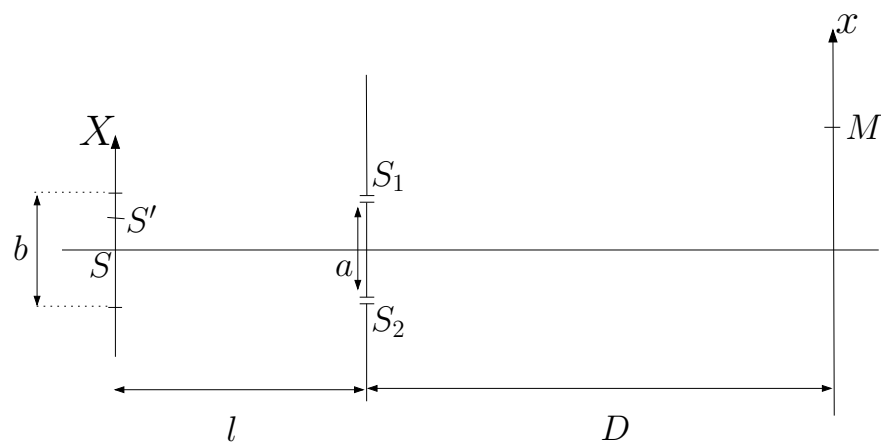


FIGURE 3.1 – Dispositif à trous d'Young, source étendue.

- Décrire quantitativement la figure d'interférence en fonction des différents paramètres du problème. De quels paramètres dépend la fonction de contraste C des interférences ?

- Ce résultat est-il toujours valide si l'on éclaire maintenant la bifente par un laser ?
- On considère une source spatialement incohérente et dont la répartition spatiale d'intensité est définie par une densité $I(X)$: l'intensité lumineuse émise par un élément de longueur de la source, centré en X et de longueur dX , est $I(X) dX$. Décrire la figure d'interférence observée sur l'écran. En déduire le théorème de Van Cittert – Zernike qui relie le contraste des interférences au profil $I(X)$ de la source.

EXERCICE IV INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON (IMPORTANT)

- Question préliminaire : lame à faces parallèles*

Une source S_0 illumine un système de deux lames de verre, parallèles entre elles, distantes de h , et d'épaisseur négligeable devant h . On cherche à étudier l'intensité lumineuse au point M , situé du même côté de la première lame que S_0 (FIG. 4.1). On néglige ici les réflexions multiples sur les lames de verre.

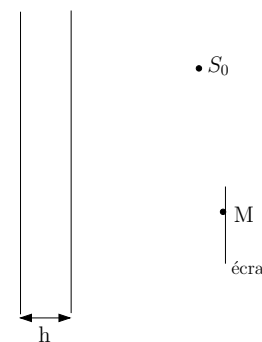


FIGURE 4.1 – Lame à faces parallèles

- On considère une source ponctuelle. En faisant une analogie avec l'exercice précédent, établissez, sans calculs, la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran.
- Que se passe-t-il dans le cas d'une source étendue ?
- On considère désormais une lame d'indice n , d'épaisseur e . Calculer la différence de marche entre les deux rayons réfléchis par la lame, issus d'un rayon incident qui fait un angle i avec la normale à la lame.

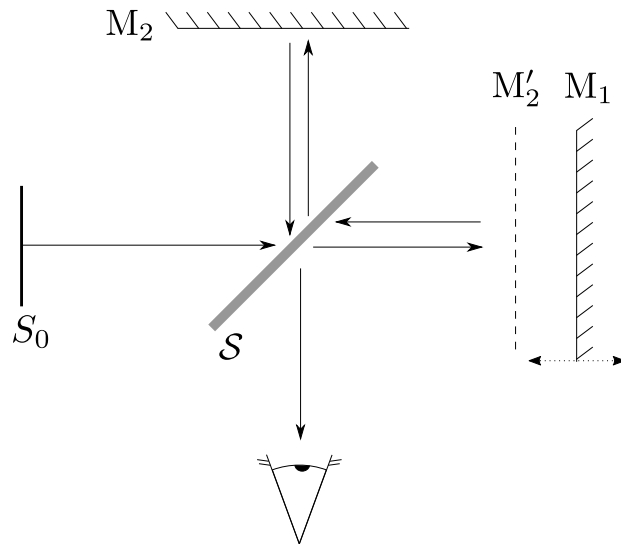


FIGURE 4.2 – Interféromètre de Michelson en lame d'air.

2. Anneaux d'égale inclinaison

Un interféromètre de Michelson (FIG. 4.2) est constitué de deux bras, 1 et 2, perpendiculaires, portant chacun un miroir plan M_i totalement réfléchissant. L'amplitude de la lumière, issue d'une source étendue S_0 , est divisée équitablement entre les deux bras par une lame séparatrice S , semi-réfléchissante, qui les recompose aussi en sortie.

On note M'_2 le symétrique de M_2 par rapport à S . On suppose dans toute la suite que M_1 et M'_2 sont parallèles. L'ensemble $\{M_1, M'_2\}$ forme alors l'équivalent d'une lame d'air.

Le miroir M_1 est placé sur un support mobile qui permet de le déplacer selon la normale au miroir.

2.1 Lumière monochromatique

La source S_0 est monochromatique, de longueur d'onde λ_0 .

- Quelle est la différence de marche entre deux rayons en sortie de l'interféromètre, issus d'un même rayon provenant de S_0 , en fonction de l'angle d'incidence θ de ces rayons sur les miroirs et de l'épaisseur e de l'interféromètre de Michelson, *i.e.* la distance séparant M_1 et M'_2 ?
- Où sont localisées les franges d'interférence ? Comment les observer ?

- Décrire la figure d'interférence. Comment faut-il éclairer l'interféromètre pour observer la figure d'interférence ?
- Calculer le rayon des anneaux brillants, en supposant que le centre de la figure est brillant.
- Qu'observe-t-on si $e = 0$? Qu'observe-t-on si l'on «chariotte», *i.e.* que l'on déplace le miroir M_1 le long de sa normale ?
- Pourquoi préférer un interféromètre de Michelson à un dispositif à trous d'Young ?

2.2 Lumière polychromatique

- La source S_0 est maintenant polychromatique. Expliquer qualitativement ce qui se passe.
- On suppose que la source émet seulement à deux longueurs d'ondes λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. C'est par exemple le doublet jaune du mercure, avec $\lambda_1 = 576,9$ nm et $\lambda_2 = 579,1$ nm, ou du doublet jaune du sodium, avec $\lambda_1 = 589,00$ nm et $\lambda_2 = 589,59$ nm.
Calculer, en fonction de e , l'éclairement au centre de la figure d'interférence, en supposant que les deux composantes spectrales sont égales en intensité.
- En déduire une manière de résoudre le doublet.

3. Franges d'égale épaisseur

On introduit un petit angle α entre les deux miroirs. Comment est modifiée la figure d'interférence ? Où les interférences sont-elles localisées ? Comment doit-on procéder pour les observer. On discutera en particulier la cas de la lumière blanche.

EXERCICE V INTERFÉROMÈTRE DE FABRY-PÉROT (IMPORTANT)

L'interféromètre de Fabry-Pérot est constitué de deux lames planes parallèles, argentées sur les faces en regard, et distantes de e . On note r et t leurs coefficients de réflexion et transmission en amplitude, a priori complexes, et $R = |r|^2 \sim 1$ et $T = |t|^2 \ll 1$ leurs coefficients de réflexion et transmission en intensité.

1. Lumière monochromatique

On éclaire l'interféromètre selon une incidence variable, en lumière monochromatique (longueur d'onde λ_0).

- 1.1 Calculer l'intensité I transmise dans la direction i , en fonction de l'intensité incidente I_0 , de R , et du déphasage φ accumulé entre deux réflexions sur une même lame, que l'on calculera.

Représenter la fonction $I(\varphi)$. Comparer au cas d'un interféromètre à deux ondes.

- 1.2 Déterminer la finesse \mathcal{F} du Fabry-Pérot, définie comme le rapport de l'écart $\Delta\varphi$ entre deux résonances et de la largeur à mi-hauteur $\delta\varphi$ d'un pic de résonance :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\varphi}{\delta\varphi}.$$

- 1.3 Calculer le rayon i_k du $k^{\text{ième}}$ anneau brillant, en supposant le centre brillant.

A.N. : $R = 0,985$, $e = 6 \text{ mm}$, $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$.

2. Lumière polychromatique

On cherche maintenant à utiliser le Fabry-Pérot comme spectromètre, *i.e.* comme outil permettant de séparer différentes longueurs d'ondes.

- 2.1 On mesure l'éclairement dans une direction i donnée. Calculer l'intervalle spectral libre $\Delta\nu_{\text{ISL}}$, *i.e.* l'intervalle entre deux fréquences successives pour lesquelles on a une frange brillante dans la direction i .

Une variation $\delta\nu$ de la fréquence de la source induit dans la direction i une variation de l'éclairement. Exprimer la plus petite variation $\delta\nu$ distinguable avec le Fabry-Pérot, en fonction de $\Delta\nu_{\text{ISL}}$ et de la finesse \mathcal{F} .

- 2.2 Calculer, dans les mêmes conditions, la variation relative minimale de longueur d'onde que l'on peut distinguer avec le Fabry-Pérot.

- 2.3 On suppose maintenant que la source est polychromatique et émet deux longueurs d'onde, λ et $\lambda + \Delta\lambda$. Qu'observe-t-on ? Pour quel intervalle $\Delta\lambda$ distingue-t-on les anneaux ?

EXERCICE VI AGREGATION 2005, ÉPREUVE A (PREMIÈRE PARTIE)

Cf. BUP et <http://www.agregation-physique.org>.