Source laser à 313 nm pour le refroidissement d'ions Be^+

Thomas Louvradoux
Superviseur : Laurent Hilico
LKB - UPMC

Mars-Juin 2016

Contents

1 Introduction et Contexte **3**
- 1.1 Spectroscopie vibrationnelle sur l'ion H_2^+ . . . 3
- 1.2 Refroidissement sympathique par Be^+ . . . 4

2 Source à 626 nm **5**
- 2.1 Laser maître . . . 5
- 2.2 Laser esclave . . . 6
- 2.3 Injection maître-esclave . . . 7

3 Cavité de doublage **7**
- 3.1 Cristal BBO . . . 8
- 3.2 Cavité de surtension . . . 8
  - 3.2.1 Couplage des modes longitudinaux . . . 9
  - 3.2.2 Couplage des modes transverses . . . 9
- 3.3 Asservissements en température . . . 11
- 3.4 Asservissement Hänsch-Couillaud . . . 12
  - 3.4.1 Principe du montage Hänsch-Couillaud . . . 12

4 Conclusion **14**

5 Annexes **15**
- 5.1 Annexe A : Cavité de surtension . . . 15
- 5.2 Annexe B : Hänsch-Couillaud . . . 16
  - 5.2.1 Annexe B1 . . . 16
  - 5.2.2 Annexe B2 . . . 16
- 5.3 Annexe C : Asservissements en température . . . 17
- 5.4 Annexe D : Filtre à -10dB/dec . . . 18

6 Appendice **20**

1 Introduction et Contexte

Ce stage s'inscrit dans le cadre du projet de spectroscopie vibrationnelle à deux photons de l'ion H_2^+ dont la principale motivation est la détermination optique directe du rapport de la masse du proton à celle de l'électron m_p/m_e.

La valeur recommandé de ce rapport de masse est actuellement $m_p/m_e = 1836.15267389(17)$, avec une incertitude relative de $9,5.10^{-11}$. Cette valeur est issue d'expériences réalisées dans les groupes de R.S. Van Dyck [FVDS95] et G.Werth [BHH+01]. Le groupe de R.S. Van Dyck détermine le rapport $m_p/m_{^{12}C}$ en mesurant le rapport de la fréquence cyclotron du $^{12}C^{4+}$ et de celle du proton dans un piège de Penning. Le groupe de G.Werth détermine le rapport $m_e/m_{^{12}C}$ en mesurant le rapport de la fréquence cyclotron du $^{12}C^{5+}$ et de la fréquence de Larmor de l'électron du C^{5+} à nouveau dans un piège de Penning.

En 1976, W.H. Wing [WRLS76], a proposé une méthode de détermination directe du rapport de masse m_p/m_e totalement indépendante des expériences citées ci-dessus. Il s'agit d'une mesure optique utilisant la spectroscopie vibrationnelle de l'ion HD^+. Son efficacité repose sur deux points :

- la précision potentielle des calculs de fréquences de transition : HD^+ est un système simple qui offre la possibilité de calculs de très grande précision,
- la précision potentielle de la mesure : il s'agit de mesures de fréquences optiques qui sont à l'heure actuelle les mesures les plus précises.

La méthode évoquée ci-dessus dans le cas de l'ion HD^+ (transition à 1 photon de type dipolaire électrique E_1) est tout à fait transposable à l'ion H_2^+ (transition à 2 photons $2E_1$). Dans ce cas, la détermination du rapport de masse est encore plus directe que dans le cas de HD^+ puisque les seules particules entrant en jeu ici sont deux protons et un électron.

1.1 Spectroscopie vibrationnelle sur l'ion H_2^+

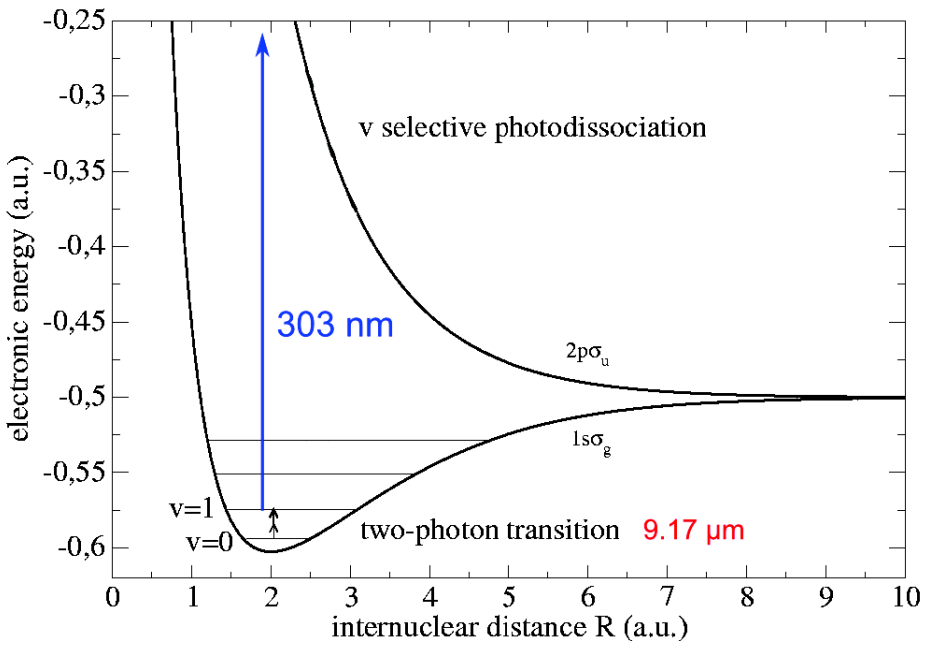

Figure 1: Niveaux électroniques de l'ion H_2^+ dans l'approximation de Born-Oppenheimer - Les petites flèches indiquent la transition à deux photons à sonder - Les longues flèches indiquent le processus de photodissociation

L'équipe "Ions piégés" de L. Hilico, cherche à réaliser la mesure directe du rapport m_p/m_e en mesurant la fréquence de la transition à deux photons entre les niveaux $(v = 0, L = 2)$ et $(v = 1, L = 2)$ de l'ion H_2^+, où v

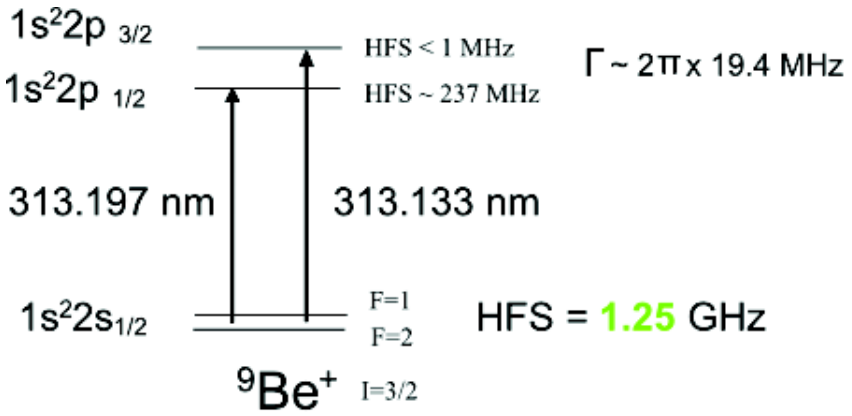

Figure 2: Schéma des niveaux d'énergies de l'ion Be^+

et L sont respectivement les nombres quantiques vibrationel et rotationel. Du fait que les énergies des transitions vibrationnelles (exprimées en unité de Rydberg) sont proportionnelles à $(m_p/m_e)^{-0.5}$, une mesure précise de la fréquence de transition donne accès au rapport m_p/m_e avec une incertitude relative seulement deux fois plus importantes. La largeur naturelle des niveaux de H_2^+ est extrêmement faible ($< 10^{-6}$Hz). Les fréquences de transitons peuvent être déterminées avec une incertitude relative inférieure à 3.10^{-11}, ce qui conduirait en une incertitude relative inférieur à 6.10^{-11} sur la détermination du rapport m_p/m_e.

Les niveaux rovibrationnels de l'ion H_2^+ étant métastable, la transition à deux photons ne peut pas être détectée par fluorescence. Pour la détection on utilise une méthode de photodissociation sélective sur l'état excité ($v = 1, L = 2$) à l'aide d'un laser UV à 213 nm (figure 1).

Bien que la probabilité d'une transition à deux photons soit assez faible, son avantage est de supprimer l'effet Doppler du premier ordre et donc l'élargissement des raies. Néanmoins, vis-à-vis des niveaux de précision souhaités, l'effet Doppler du second ordre ($\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{m^2}{2c^2} = \frac{mv^2/2}{mc^2}$) est à prendre en compte. En effet, un rapide calcul d'ordre de grandeur montre que, pour un ion d'énergie cinétique 1 eV et d'énergie de masse 2 GeV, l'effet relatif sur la fréquence de transition est de l'ordre de 5.10^{-10} qui n'est pas négligeable.

Afin de réduire cette effet, il est nécessaire de refroidir les ions. Néanmoins nous avons vu précédemment que les niveaux rovibrationnels de l'ion H_2^+ sont métasables, il ne peut donc pas être refroidi par laser. Le refroidissement collisionnel avec l'hélium ne fonctionne pas non plus car H_e est plus lourd que H_2^+ et car H_2^+ réagit chimiquement avec H_e pour former H_eH^+.

Une des étapes du projet consiste à refroidir les ions H_2^+ par la méthode de refroidissement sympathique. Cette méthode consiste à piéger une espèce d'ion dans le même piège de Paul piégeant les ions H_2^+ et à refroidir ces ions par laser (refroidissement Doppler [ref]). Les ions H_2^+ présents dans le piège sont, par interaction coulombienne, refroidis à leur tour.

1.2 Refroidissement sympathique par Be^+

Dans un piège de Paul, la qualité du refroidissement sympathique dépend principalement du rapport de masse des deux espèces. Le fait que les deux ions doivent être stable dans le piège est une première contrainte. Le refroidissement est d'autant plus efficace pour des rapports de masses proches de 1. Comme l'ion H_2^+ est léger, l'équipe a choisit l'ion le plus léger pouvant être refroidit par laser, i.e., le Be^+.

Dans la littérature [VNE+11], on trouve 313.133 nm comme longueur d'onde de refroidissement (figure 2). La largeur naturelle de cette transition est de 19.4 MHz il est donc important d'utiliser un laser ayant une largeur spectrale notablement inférieur à cette largeur.

Lors de mon stage j'ai monté une source laser à 313 nm possédant les caractéristiques spectrales et de puissance nécessaires aux refroidissent d'ion Be^+. Dans la première partie de ce rapport je présente la source laser à 626 nm. Dans la deuxième partie je présente la cavité de doublage que j'ai monté, je discute le mode matching de la source

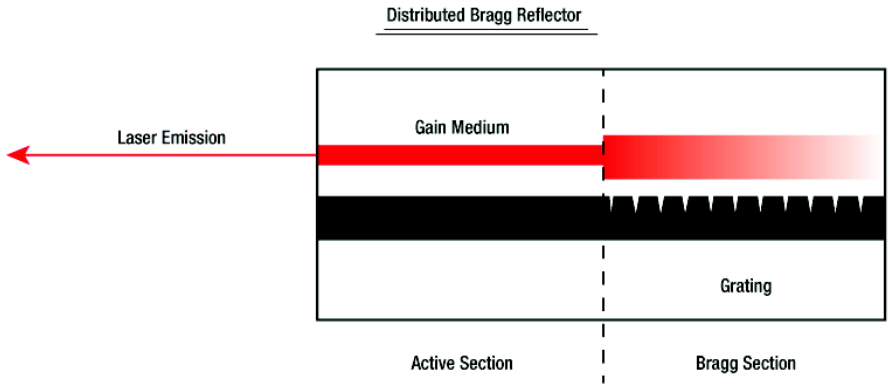

Figure 3: Distributed Bragg Reflector laser (http://www.thorlabs.com)

laser à 626 nm dans cette cavité et la source laser à 313 nm ainsi obtenue. En conclusion, je reviens sur les différents résultats obtenus et les futurs travaux permettant d'améliorer cette source.

2 Source à 626 nm

Les matériaux semi-conducteurs émettant à 313 nm n'existant pas encore, il existe plusieurs moyens d'obtenir une source laser continue à 313 nm. Les premières sources réalisée utilisent un doublage en fréquence d'une source laser à colorant émettant à 626 nm. Ensuite, avec l'appartiton des lasers à fibres de nouvelles méthodes ont vu le jour, comme par exemple, la somme de fréquence de deux lasers à fibre à 1050 nm et 1550 nm de 4W pour obtenir une source à 626 nm suivie d'un doublage en fréquence pour obtenir du 313 nm [WOV$^+$11]. Une autre solution consiste à partir d'un laser à fibre à 1565 nm très puissant (20 W) puis le quintupler en fréquence afin d'obtenir du 313 nm [VNE$^+$11]. Ces méthodes permettent d'obtenir des sources puissantes mais sont assez onéreuses. Avec le développement très récent des diodes lasers à 626 nm, d'autres techniques sont apparues moins onéreuses. Par exemple, utiliser une diode laser à 626 nm montée en cavité étendue puis effectuer un doublage en fréquence [BLGB13]. Et pour finir, la méthode que nous avons choisie, qui consiste à injecter une diode laser à 626 nm de type DBR [BNF$^+$13] dans une diode Fabry-Pérot de puissance puis à effectuer un doublage en fréquence.

Afin de pouvoir refroidir les ions Be^+ on a besoin d'environ 1 mW de puissance et d'une largeur spectrale inférieur à 1 MHz à 313 nm. Ces caractéristiques peuvent être atteintes de différentes façon, nous avons choisi le montage maitre-esclave qui consiste à injecter une diode laser spectralement fine (de l'ordre du MHz) mais peu puissante (environ 60 mW) dans une diode laser puissante (environ 170 mW) mais spectralement large (environ 10 MHz) afin d'obtenir, après le doublage en fréquence, une source à 313 nm respectant les critères évoqués précédemment.

On s'intéressera dans un premier temps à la source maître, puis à la source esclave et pour finir à l'injection.

2.1 Laser maître

Le laser maître est une diode dite DBR (Distributed Bragg Reflector laser) qui a pour avantage un contrôle en fréquence très reproductible en ne jouant que sur le courant d'alimentation et sur la température. La figure 3 est un schéma simplifié de ce type de diode, qui consiste en un milieu à gain de type semi-conducteur dans lequel on vient placer un réseau de Bragg qui sélectionne la longueur d'onde qui peut laser. Une telle source permet ainsi d'obtenir un laser spectralement fin et qui peut aussi être accordé en longueur d'onde sur une gamme d'environ 2 nm.

On s'intéresse surtout aux qualités spectrales du laser, on a donc réalisé un battement entre le laser DBR et un laser à fibre à 626 nm que l'on sait spectralement fin (environ 100 kHz) montré sur la figure 4. Elle a été obtenue en moyennant 25 enregistrement du battement. La largeur du battement nous donne ainsi une borne supérieure de la largeur spectrale de notre source : (750 ± 100)kHz.

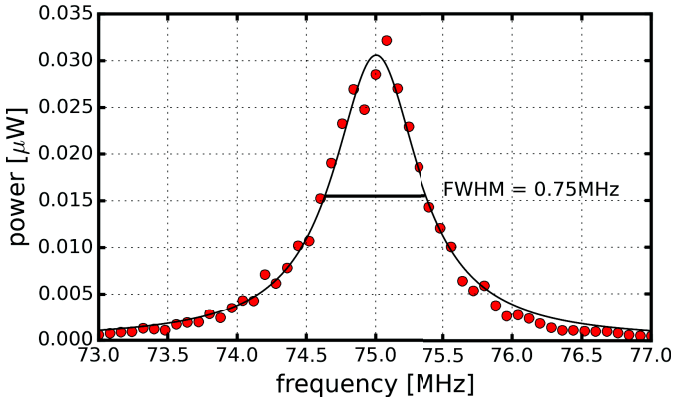

Figure 4: Battement entre laser à fibre et diode DBR

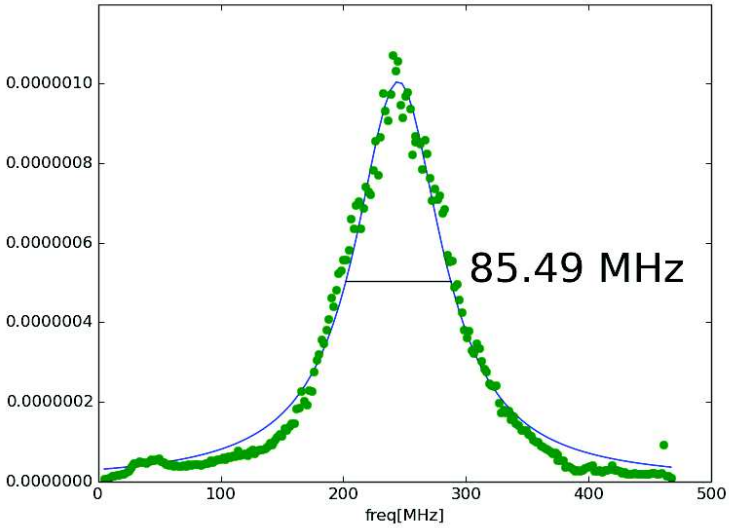

Figure 5: Battement entre laser à fibre et le laser esclave

La diode DBR a néanmoins quelques défauts qui l'empêche d'être utilisée directement pour le doublage de fréquence. Tout d'abord sa puissance est relativement faible, de l'ordre de 60 mW mais son plus gros défaut vient du fait que son mode transverse est loin d'être TEM_{00}. Il est donc impossible de l'injecter efficacement dans la cavité de doublage. Lors de l'injection dans une fibre monomode, le couplage est assez faible (33%), on aurait donc trop peu de lumière pour le doublage.

2.2 Laser esclave

Le laser de puissance utilisé est une diode laser Fabry-Pérot HL63163DG, permettant de monter à 170 mW de puissance à 626 nm. Afin d'observer ses caractéristiques spectrales, on a réalisé un battement entre ce laser et le laser à fibre. La figure 5 a été obtenue en moyennant 20 enregistrement du battement. On a comme borne supérieur de la largeur spectrale du laser esclave : 85 MHz. Cette valeur montre que le laser esclave seul ne peut pas être utilisé pour le doublage en fréquence.

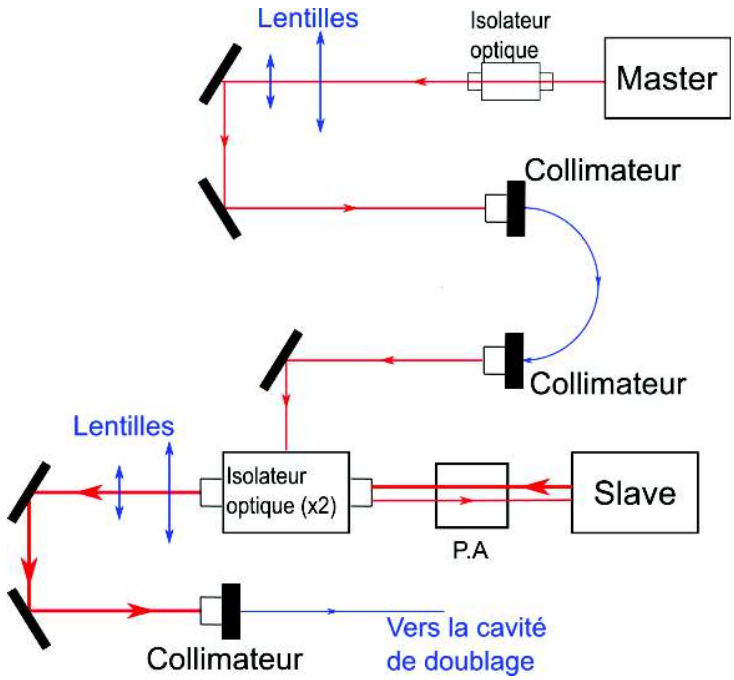

Figure 6: Schéma du montage d'injection. P.A : Prisme Anamorphoseur.

2.3 Injection maître-esclave

L'injection permet de créer une source dont les qualités spectrales et la puissance sont chacun contrôlés séparément. En effet, dans les bonnes conditions, envoyer de la lumière du laser maitre dans le laser esclave force l'esclave à osciller à la même fréquence que le laser maître. Grâce à cette méthode le laser puissant peut hériter des qualités spectrales du laser maître de faible puissance.

Le schéma du montage est donné figure 10, le laser maître (M1) passe d'abord dans un jeu de lentilles afin d'optimiser son injection dans une fibre monomode. On a avant la fibre, une puissance de 30 mW, et après la fibre 1 mW. La fibre sert ici à rejoindre le laser esclave et à filtrer spatialement le mode pour obtenir un mode gaussien. L'injection est faite par le polariseur intermédiaire d'un isolateur optique double étage (IO x2). Il traverse ensuite un prisme anamorphoseur qui va élargir le faisceau d'un facteur 2 dans le plan de la table afin de se superposer le mieux possible avec le faisceau issu du laser esclave (S1). Le faisceau issu du laser esclave passe tout d'abord par le prisme, puis par l'isolateur optique, il traverse ensuite un jeu de lentilles afin d'optimiser son couplage dans la fibre qui ammène le faisceau puissant vers la cavité. On arrive ainsi à coupler environ 65% dans la fibre, soit, pour une puissance de 70 mW avant la fibre, 45 mW à 626 nm en entrée de la cavité de doublage.

La figure 7 montre qu'une fois l'injection réussie, on arrive en effet à faire en sorte que le laser esclave hérite des caractéristiques spectrales du laser maitre. On a donc préparé notre source à 626 nm de puissance 70 mW avant injection dans la fibre et de largeur spectrale $\leq 640 \pm 100$ kHz. Caractéristiques qui, après doublage en fréquence, vont permettre de refroidir les ions Be^+.

3 Cavité de doublage

Dans cette partie je présente le doublage en fréquence du laser à 626 nm afin d'obtenir la source à 313 nm nécessaire au refroidissement des ions Be^+. Le doublage se fait à l'aide d'un cristal non linéaire doubleur en fréquence de type BBO (Bêta-borate de baryum). Le doublage en continu étant très peu efficace, on dispose le cristal à l'intérieur d'une cavité en anneau de type Fabry-Pérot (ou cavité de surtension). Nous verrons dans un premier temps le principe du doublage en fréquence dans le cristal BBO pour ensuite nous intéresser aux caractéristiques de la cavité de surtension. Nous verrons ensuite l'asservissement en température de la cavité et du cristal puis pour finir l'asservissement en longueur de la cavité à l'aide de la méthode Hänsh-Couillaud.

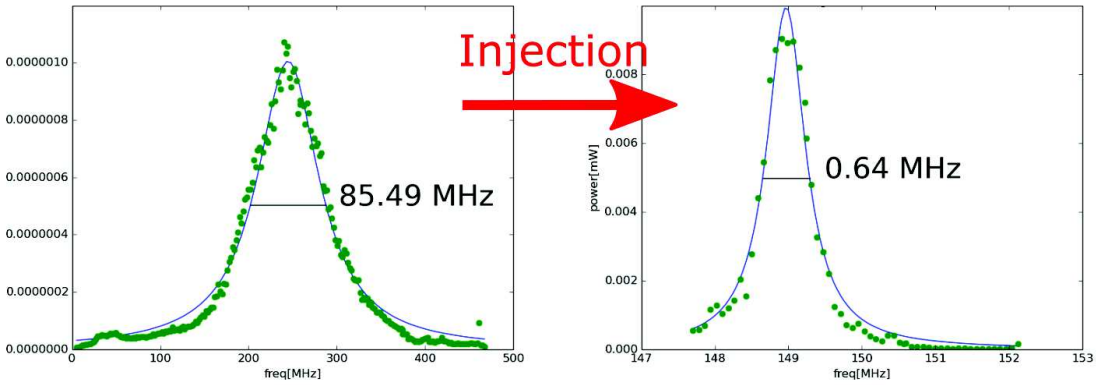

Figure 7: A gauche : Battement entre le laser esclave non-injecté et un laser à fibre. A droite : Battement entre le laser esclave injecté et un laser à fibre

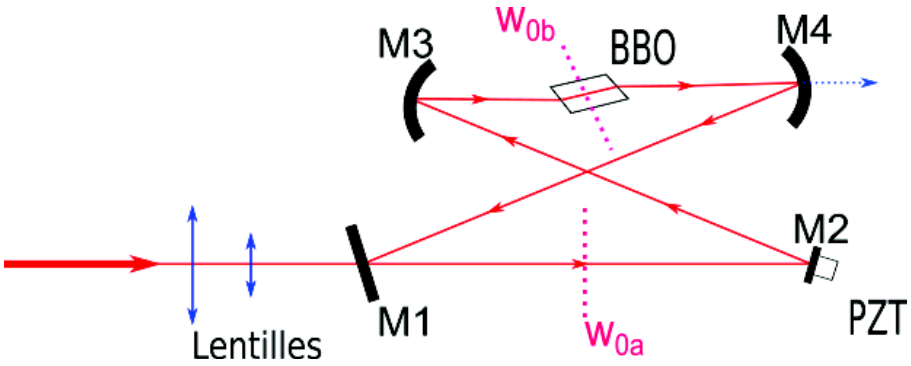

Figure 8: Cavité de doublage composé d'une cavité Fabry-Pérot en anneau et d'un cristal doubleur BBO

Il est à noté que lors de la mise en place de la cavité de doublage, j'avais le matériel nécessaire afin de réaliser la cavité (miroirs, montures de miroirs, cristal doubleur) et une plateforme dessinée et réalisée au sein du laboratoire LaserLaB-VU d'Amsterdam.

3.1 Cristal BBO

Le cristal BBO est un cristal uniaxe négatif dans lequel on réalise un accord de phase de type I ($o + o \rightarrow e$). Le faisceau pompe a donc une polarisation horizontale et le faisceau doublé verticale. On peut donc taillé le cristal à l'angle de Brewster pour la polarisation horizontale. Le cristal que j'ai en ma possession est de longueur $l_c = 12$ mm.

3.2 Cavité de surtension

Le doublage en fréquence de l'onde à 626 nm a lieu dans une cavité résonante dont le schéma simplifié est donné figure 8. La cavité de longueur L est une cavité en anneau de type Fabry-Pérot constitué de quatre miroirs M1 à M4. L'onde incidente est couplée à la cavité par le miroir M1 de transmission $T = 0.7\%$. Les trois autres miroirs sont totalement réfléchissants pour l'onde incidente et transmettant à 313 nm. Les miroirs M1 et M2 sont plans tandis que M3 et M4 sont sphériques afin de focaliser la lumière dans le cristal. Le petit miroir M2 est monté sur une céramique piézoélectrique afin de contrôler la longueur de la cavité.

Le couplage du faisceau laser avec une cavité se traduit par deux couplages puisqu'il s'agit de faire coïncider la fréquence laser avec l'un des modes de résonance longitudinaux de la cavité et de faire coïncider le mode spatial du faisceau laser avec le mode de la cavité.

3.2.1 Couplage des modes longitudinaux

L'intensité intra-cavité peut s'écrire, en fonction de la finesse $F = \frac{ISL}{\Delta\nu_c}$ où ISL est l'intervalle spectral libre de la cavité et $\Delta\nu_c$ sa bande passante (Annexe 1) :

$$I_c = \frac{t^2}{(1-rt')^2} \frac{1}{1+(\frac{2F}{\pi})^2 sin^2(\Phi/2)} I_i \tag{1}$$

où I_i est l'intensité de l'onde incidente, t et r sont respectivement les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude du miroir de couplage $M1$ et Φ le déphasage introduit par la cavité.

La fonction d'Airy (1) présente un maxima pour $\Phi/2 = n\pi$, où n est un entier. En utilisant le fait que $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} L$, on trouve comme condition de résonance :

$$\nu_{laser} = n\frac{c}{L} \tag{2}$$

où L est la longueur de la cavité, ν_{laser} la fréquence du laser et n un nombre entier. On balaye L avec la céramique PZT pour faire coïncider la fréquence de résonance avec la fréquence du laser.

3.2.2 Couplage des modes transverses

La forme des miroirs et la taille de la cavité imposent les caractéristiques spatiales du mode TEM_{00}. En effet, le faisceau injecté doit être tel que sa surface d'onde au niveau des miroirs épouse la forme des miroirs et donc que les rayons de courbure de l'onde gaussienne et du miroir soient égaux au niveau de ceux-ci.

Afin de déterminer les caractéristiques du faisceau incident permettant le mode matching avec la cavité on va utiliser différents outils de l'optique gaussienne [**?**]. Un faisceau gaussien est caractérisé, en un point z de sa propagation, par le paramètre q défini par :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi w^2(z)}, \tag{3}$$

où $R(z)$ est le rayon de courbure et $w(z)$ le rayon du faisceau en z. Au niveau du waist w_0, q est imaginaire pur et égal à :

$$q_0 = i\frac{\pi w_0^2}{\lambda} = iz_R \tag{4}$$

où z_R est la longueur de Rayleigh.

Pour décrire l'évolution d'un faisceau dans l'approximation paraxiale (rayons lumineux proches de l'axe optique), on utilise le formalisme des matrices ABCD [Trä07]. Dans ce formalisme, on décrit la propagation d'un faisceau lumineux à travers différents milieux à l'aide des matrices suivantes :

Propagation sur une distance d	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Traversée d'une lentille de focale f	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$
Passage d'un milieux d'indice n_1 à n_2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix}$
Réflexion sur un miroir sphérique de rayon r	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/r & 1 \end{pmatrix}$

Un faisceau caractérisé par $q(z_1)$ à la position z_1 est transformé après son passage à travers différents éléments optiques en un faisceau caractérisé par $q(z_2)$ à la position z_2 tel que :

$$q(z_2) = \frac{Aq(z_1) + B}{Cq(z_1) + D} \tag{5}$$

On peut décomposer la propagation du faisceau dans la cavité à partir du centre du cristal pour obtenir la matrice ABCD donnée ci-dessous :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & l_c/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & (l-l_c)/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/r & 1 \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & L-l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & (l-l_c)/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_c/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

Dans le formalisme des matrices ABCD on écrit en premier la matrice du dernier élément rencontré par le faisceau puis l'avant dernier, etc... On a donc, dans l'équation (6), de droite à gauche, la matrice de la propagation du faisceau entre le centre du cristal et sa face de sortie ($l_c/2$), le passage du cristal (d'indice n_c) à l'air, la propagation sur la distance entre le cristal et le miroir $M4$ ($(l-l_c)/2$), la réflexion sur le miroir sphérique $M4$ de rayon du courbure r, la propagation entre $M4$ et $M3$ ($L-l$), la réflexion sur le miroir sphérique $M3$ de rayon du courbure r, la propagation entre le miroir $M3$ est le cristal, le passage de l'air vers le cristal, et pour finir, la propagation du faisceau entre la face d'entrée du cristal et son centre.

Le calcul complet de la matrice se fait à l'aide de Mathématica et son expression analytique n'est pas pertinente. Pour des raisons de symétries on trouve qu'il existe deux waists dans la cavité, w_{0a} et w_{0b} situés respectivement au milieu du cristal BBO et un autre au milieu des miroirs $M1M2$ (figure 8). Pour calculer w_{0b}, on appelle q_1 le paramètre du faisceau au centre du cristal (i.e. où on un waist w_{0b}) et q_2 ce même paramètre après un tour complet dans la cavité, en utilisant le fait que $q_1 = q_2$, que q est imaginaire pur au niveau du col, on vérifie qu'on a bien un waist au centre du cristal avec $A = D$ et l'équation (5) donne :

$$q_1^2 = \frac{B}{C}. \tag{7}$$

Expérimentalement on a : $l_c = 10\,mm$, $n_c = 1.667$, $l = 3.9\,cm$, $r = 30\,mm$ et $L = 18\,cm$.Pour ces valeurs, la courbe 9 montre le domaine de stabilité (existence de w_{0b}) en fonction de la distance l entre les deux miroirs sphériques. On trouve un waist au centre du cristal : $w_{0b} = 20\,\mu m$ pour $l = 3.9\,cm$. En utilisant le même formalisme que précédemment et en calculant la matrice ABCD entre le centre du cristal et le milieu des miroirs $M1$ et $M2$, on trouve le waist à cette position : $w_{0a} = 103\,\mu m$.

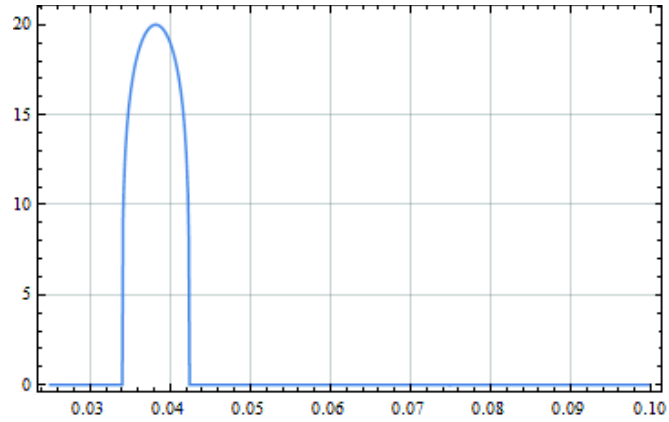

Figure 9: Valeur du waist (μm) au centre du cristal en fonction de la distance l (m) entre les deux miroirs sphériques

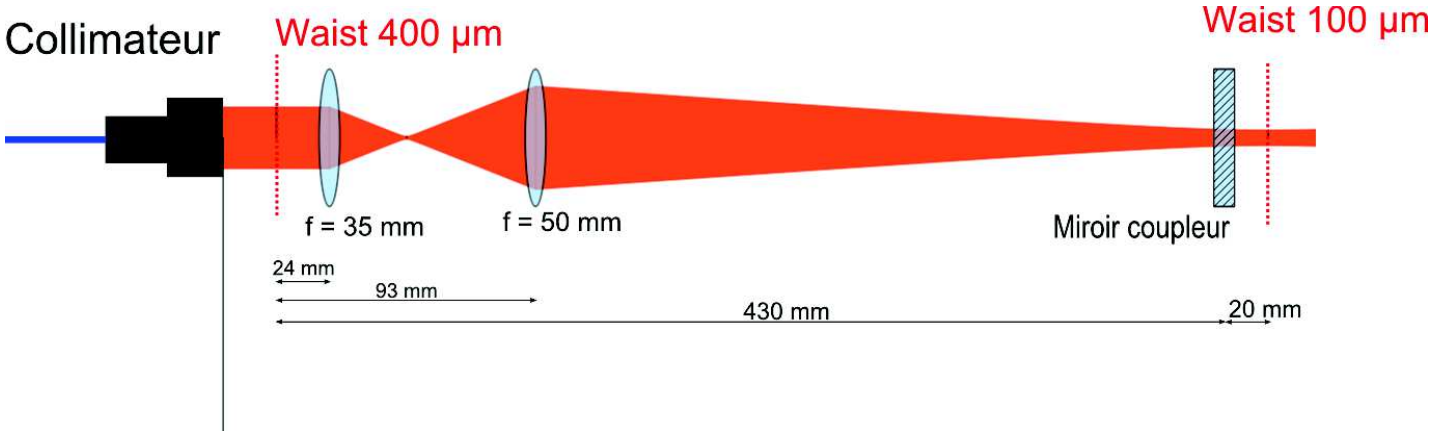

Figure 10: Gaussianbeam - Détermination des lentilles et de leurs positions afin d'adapter le faisceau à la cavité

Le laser esclave est injecté dans la cavité via une fibre optique. Le collimateur Schäfter Kirchhoff (référence 60FC-4-M5-33) donne un faisceau de waist $w_0 = 400\,\mu m$. A l'aide du logiciel GaussianBeam (figure 10) on détermine un jeu de lentilles ($f_1 = 35\,mm$ et $f_2 = 50\,mm$) permettant de créer un waist entre les miroirs $M1$ et $M2$ de dimension $103\,\mu m$.

Une fois le faisceau préparé, je l'ai injecté dans la cavité, et en jouant sur les réglages des différents éléments de la cavité, j'ai obtenu les pics de transmission figure 11.

3.3 Asservissements en température

J'ai ensuite conçu et fait réaliser deux asservissements en température, le premier permet de maintenir la température du cristal à $50°C$ afin qu'il n'absorbe pas l'humidité environnante, le second permet de maintenir la cavité à $28°C$ afin d'éviter les dérives lentes de longueur de cavité. En effet, une variation ΔT de $1°C$ de la température produit une variation de L donnée par $\Delta L = \alpha L \Delta T$ où α_{Dural} est le coefficient de dilatation de la cavité. Pour le Dural, $\alpha = 23.10^{-6}\,°C^{-1}$ et donc $\Delta L = 3,9.10^{-5} = 6\lambda_{626} = 12\lambda_{313}$. La céramique PZT Thorlabs AE0203D04F que l'on utilise possède un déplacement maximal de $\Delta d = 4,6\,\mu m$ soit $\Delta d = 7\lambda_{626}$. Une variation de $1°C$ ne peut donc pas être corrigée par le PZT au risque de l'amener en butée.

Les deux asservissements de températures sont de simples proportionnels. Un capteur de température (circuit LM35 pour la cavité et thermistance CTN pour le cristal BBO) donnent des mesures des températures. Elles sont comparées à une consigne. Le signal d'erreur est utilisé pour commander de manière proportionnelle des courants qui traversent des résistances et chauffent la cavité et le cristal (figure 17).

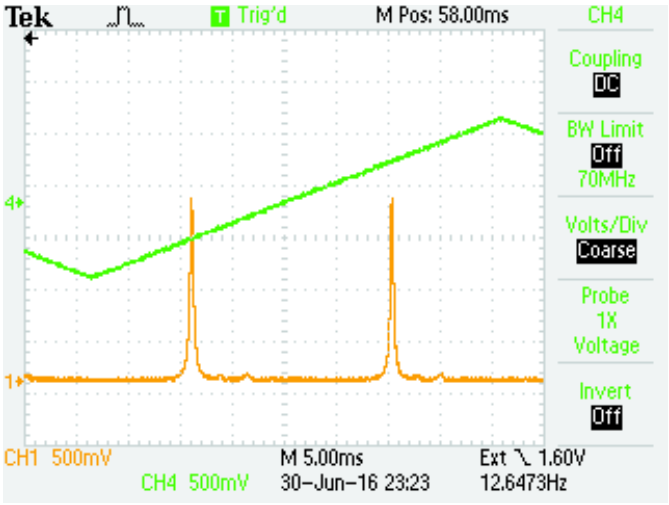

Figure 11: En orange : pics de transmission de la cavité Fabry-Pérot - En vert : Rampe de tension appliquée sur le PZT

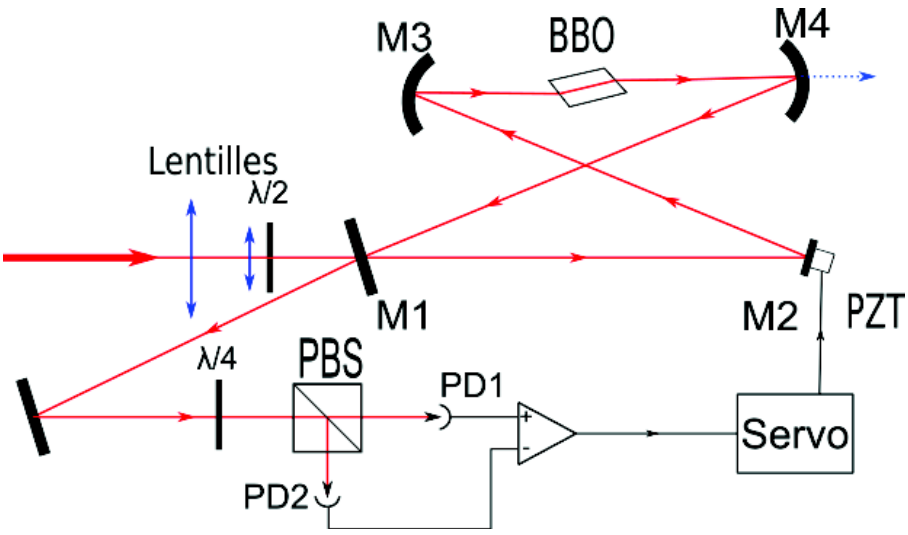

Figure 12: Cavité de doublage asservie - Montage Hänsch-Couillaud

3.4 Asservissement Hänsch-Couillaud

3.4.1 Principe du montage Hänsch-Couillaud

Le dispositif expérimental (figure 12) permettant de créer un signal d'erreur avec la méthode proposée par Hänsch et Couillaud [HC80] est composé d'une lame demi-onde, de la cavité résonnante et d'un ellipsomètre ($\lambda/4$ + cube polariseur). Cette méthode repose sur l'analyse de l'ellipticité de la polarisation de l'onde après réflexion sur la cavité.

Pour cela, la polarisation de l'onde incidente est légèrement tournée par rapport à sa direction initiale à l'aide de la lame demi-onde, on peut donc décomposer la polarisation résultante suivant deux axes orthogonaux ($\parallel$ et $\perp$) que l'on choisira identiques à ceux du cristal. Dans la cavité, le cristal doubleur est taillé à l'angle de Brewster, ainsi, la composante $\perp$ voit une cavité de très grande perte, et, en première approximation, est complètement réfléchie par la cavité. La composante $\parallel$ est déphasée d'une quantité qui dépend du désaccord de la cavité. De ce fait, la polarisation de l'onde réfléchie par la cavité est elliptique. L'ellipsomètre qui mesure cette ellipticité est composé d'une lame quart d'onde (dont les axes sont tournés à $45°$ des axes du cube) et d'un cube séparateur de polarisation. Si l'onde est résonante avec la cavité, le déphasage introduit est $0\,[2\pi]$ ce qui signifie que la polarisation transmise

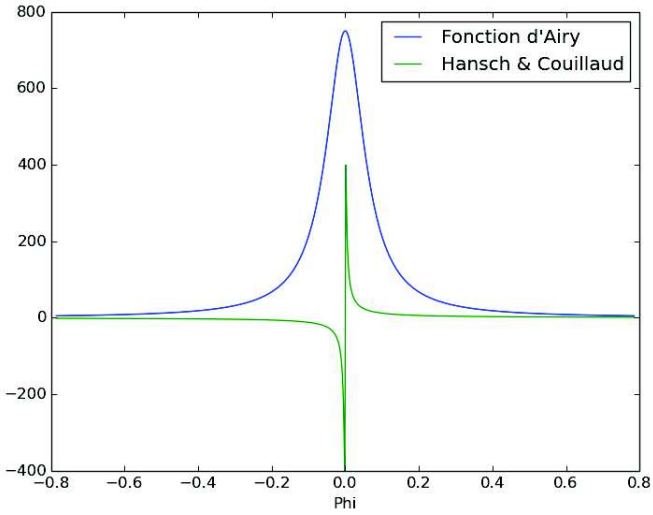

Figure 13: Courbes théoriques - Fonction d'Airy de la cavité (en bleu), signal d'erreur obtenu par la méthode Hänsch-Couillaud (en vert)

par la cavité est en phase avec l'onde incidente et donc que la combinaison des ondes réfléchies et transmise a une polarisation linéaire, qui après la lame quart-d'onde devient circulaire pour ensuite être séparée en parties égales par le cube. On aboutit donc à des signaux identiques sur les deux photo-diodes placées après le cube et donc un signal d'erreur nul (figure 12). Hors résonance, le calcul du signal d'erreur fait appel au formalisme de Jones [Trä07] qui est très bien adapté au traitement des faisceaux cohérents parfaitement polarisés.

Le calcul est fait en Annexe B, et on trouve le signal d'erreur suivant :

$$Erreur = sin(4\alpha)\frac{4rTt'sin(\Phi)}{1 + r^2t'^2 - 2rt'cos(\Phi)}I_0 \tag{8}$$

où α est l'angle entre les axes de la lame demi-onde et les axes du cube polarisant et I_0 est l'intensité laser de l'onde incidente. Ce signal montré en figure 13 a une forme dispersive et passe par 0 en $\Phi = 0\,[\pi]$ donc au sommet du pic de résonance. C'est donc bien un signal d'erreur que l'on peut utiliser pour asservir la cavité.

En réalité, la lame $\lambda/4$ que j'ai utilisé est une lame qui introduit bien un déphasage de $\pi/2$ mais pour des faisceaux à 633 nm. Cette différence peut être introduite dans le calcul du signal d'erreur fait sur Mathematica (Annexe B2). Les formules deviennent très peu pertinente, mais on peut vérifier qu'en modifiant les gains des deux photo-diodes, on retrouve le signal d'erreur précédent.

La figure 14 est un enregistrement sur l'oscilloscope des pics de transmission de la cavité et des signaux d'erreurs obtenus par la méthode Hänsch-Couillaud. Pour asservir la cavité j'ai monté un correcteur à -10dB/dec dont le schéma électronique et la fonction de transfert se trouve en annexe D.

Une fois l'asservissement de la cavité réussi, on a pu observer, à l'œil, de la lumière à 313 nm en sortie de la cavité, néanmoins, à l'heure actuelle, la puissance en sortie est trop faible pour pouvoir être mesurée. L'optimisation des nombreux paramètres de la cavité est un processus qui prend du temps, je n'ai pas pu, lors de mon stage, finaliser cette optimisation.

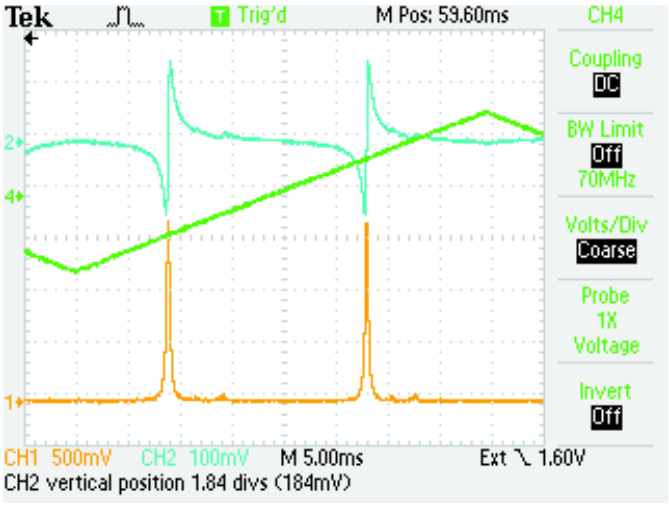

Figure 14: Courbes expérimentales - Fonction d'Airy de la cavité (en orange), signal d'erreur obtenu par la méthode Hänsch-Couillaud (en bleu)

4 Conclusion

Lors de mon stage j'ai réalisé le montage d'une source à 313 nm permettant de refroidir des ions Be^+. En partant de deux sources à 626 nm :

- Laser maître : 60 mW de puissance, pour une largeur spectrale $\leq$640 kHz
- Laser esclave : 100 mW de puissance, pour une largeur spectrale $\leq$86 MHz

et en injectant le laser maître dans le laser esclave, j'ai réussi à obtenir une source à 626 nm de puissance 70 mW et de largeur spectrale $\leq$640 kHz. J'ai ensuite monté la cavité de doublage en anneau dont l'un des miroirs est collé sur une céramique PZT, ce qui permet de modifier la longueur de la cavité et de matcher les modes longitudinaux de celle-ci avec ceux de la source laser. A l'aide de Mathematica, du formalisme des faisceaux gaussiens, du formalisme des matrices ABCD et du logiciel GaussianBeam j'ai déterminé les caractéristiques du faisceaux à injecter dans la cavité afin de matcher le mode transverse du laser avec celui de la cavité. J'ai ensuite asservi la température de la cavité à $28°C$ afin de réduire les dérives lentes de la longueur de la cavité et la température du cristal à $50°C$ afin d'éviter que celui-ci n'absorbe l'humidité environnante. J'ai ensuite réalisé un montage Hänsch-Couillaud afin d'obtenir un signal d'erreur et j'ai monté un correcteur à -10dB/dec permettant d'asservir la longueur de la cavité. Arrivé au terme de mon stage j'ai pu observer de la lumière à 313 nm, mais la puissance de cette source est actuellement trop faible pour être mesurée.

Dans le futur, afin d'optimiser le couplage de la lumière dans la cavité il faut aussi s'intéresser au matching de puissance, en effet, la formule (11) donnée en annexe A donne l'intensité lumineuse réfléchie par la cavité. En $\Phi = 0$, on peut annuler l'intensité réfléchie, et donc maximiser l'intensité intra-cavité, pour $r = t'$, c'est-à-dire, quand les pertes dans la cavité sont égales aux pertes en transmission du miroir d'entré M1. On peut, théoriquement, annuler l'intensité réfléchie. A l'heure actuelle, on a $I_r = 0.5 I_{inc}$ ce qui n'est pas assez, il sera donc nécessaire de se pencher sur ce couplage dans un futur proche. Il est aussi à noté qu'on travaille actuellement à 100 mW en sortie du laser esclave, on pourrait augmenter cette puissance en refroidissant d'avantage le laser esclave en en augmentant le courant d'alimentation.

5 Annexes

5.1 Annexe A : Cavité de surtension

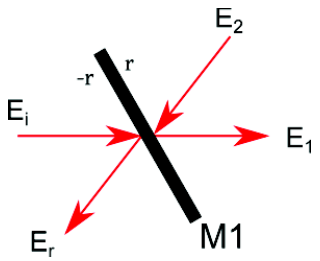

Figure 15: Champs électriques incidents et réfléchis sur le miroir coupleur M1

On écrit les relations entre les différents champs (figure 15) au niveau du miroir M1 :

$$\begin{cases} E_r = tE_2 - rE_i \\ E_1 = tE_{in} + rE_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad E_2 = t'e^{i\Phi}E_1$$

où t' est un facteur permettant de prendre en compte les pertes sur un tour de la cavité hormis $M1$. On en déduit deux relations pertinentes :

$$E_1 = \frac{t}{1 - rt'e^{i\Phi}}E_{in} \quad \text{et} \quad E_r = \frac{t'e^{i\Phi} - r}{1 - rt'e^{i\Phi}}E_i$$

La première équation donne la surtension de la cavité :

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{|E_1|^2}{|E_0|^2} = \frac{t^2}{(1 - rt')^2} \frac{1}{1 + (\frac{2F}{\pi})^2 sin^2(\Phi/2)} \tag{9}$$

où $F = \frac{\pi\sqrt{rt'}}{1-rt'}$ est le facteur de finesse de la cavité.

La deuxième donne la phase et l'amplitude de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente ce qui permet de calculer le signal d'erreur Hänsch-Couillaud (annexe B) et l'intensité réfléchie par la cavité :

$$\frac{I_r}{I_0} = \frac{|E_r|^2}{|E_0|^2} = \frac{1}{(1 - rt')^2} \frac{r^2 + t'^2 - 2rt'cos(\Phi)}{1 + (\frac{2F}{\pi})^2 sin^2(\Phi/2)} \tag{10}$$

5.2 Annexe B : Hänsch-Couillaud

5.2.1 Annexe B1

Les matrices et vecteurs sont ici exprimés dans la base des axes du cristal.

La fonction de transfert de la cavité est donnée Annexe A. Son expression sous forme d'une matrice de Jones est :

$$\begin{pmatrix} \frac{t'e^{i\Phi}-r}{1-rt'e^{i\Phi}} & 0 \\ 0 & -r \end{pmatrix} \tag{11}$$

Les matrices de Jones des autres éléments optiques sont :

Lame $\lambda/2$ dont l'axe est orienté suivant un angle α	$\begin{pmatrix} cos(2\alpha) & sin(2\alpha) \\ sin(2\alpha) & -cos(2\alpha) \end{pmatrix}$
Lame $\lambda/4$ à 45°	$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix}$

Le champ avant la lame demi-onde s'écrit :

$$\vec{E_0} = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{12}$$

Le champ après passage de la lame demi-onde, de la cavité et de la lame quart d'onde s'écrit :

$$\overrightarrow{E_f} = E_0 \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{t'e^{i\Phi}-r}{1-rt'e^{i\Phi}} & 0 \\ 0 & -r \end{pmatrix}\begin{pmatrix} cos(2\alpha) & sin(2\alpha) \\ sin(2\alpha) & -cos(2\alpha) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{13}$$

$$\overrightarrow{E_f} = E_0 \begin{pmatrix} \frac{(1-i)\left(-r+e^{i\phi}\mathrm{t'}\right)\mathrm{Cos}[2\alpha]}{1-e^{i\phi}r\mathrm{t'}} - (1+i)r\mathrm{Sin}[2\alpha] \\ \frac{(1+i)\left(-r+e^{i\phi}\mathrm{t'}\right)\mathrm{Cos}[2\alpha]}{1-e^{i\phi}r\mathrm{t'}} - (1-i)r\mathrm{Sin}[2\alpha] \end{pmatrix} \tag{14}$$

Le cube sépare ensuite les deux polarisations que l'on enregistre sur deux photodiodes. La soustraction des deux signaux donne le signal d'erreur :

$$Erreur = I_a - I_b = |\overrightarrow{E_f}.\overrightarrow{u_\parallel}|^2 - |\overrightarrow{E_f}.\overrightarrow{u_\perp}|^2 \tag{15}$$

On trouve in fine :

$$Erreur = sin(4\alpha)\frac{4rTt'sin(\Phi)}{1+r^2t'^2-2rt'cos(\Phi)}I_0 \tag{16}$$

5.2.2 Annexe B2

Pour prendre en compte le fait qu'on travaille avec une lame $\lambda/4$ à 633 nm, il suffit d'écrire la matrice de la lame à retard de phase θ tournée de 45° en $\theta = \frac{633}{626}\frac{\pi}{2}$:

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+e^{i\theta} & 1-e^{i\theta} \\ 1-e^{i\theta} & 1+e^{i\theta} \end{pmatrix} \tag{17}$$

On trace ensuite $I_1 - gI_2$ (figure 16) où g traduit des différences de gains entre les deux photodiodes. Pour $g = 0.965$

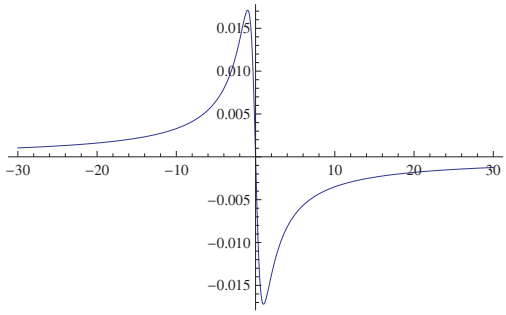

Figure 16: Signal d'erreur Hänsch-Couillaud $I_a - gI_b$ pour une lame $\lambda/4$ à 633 nm avec $g = 0.965$

5.3 Annexe C : Asservissements en température

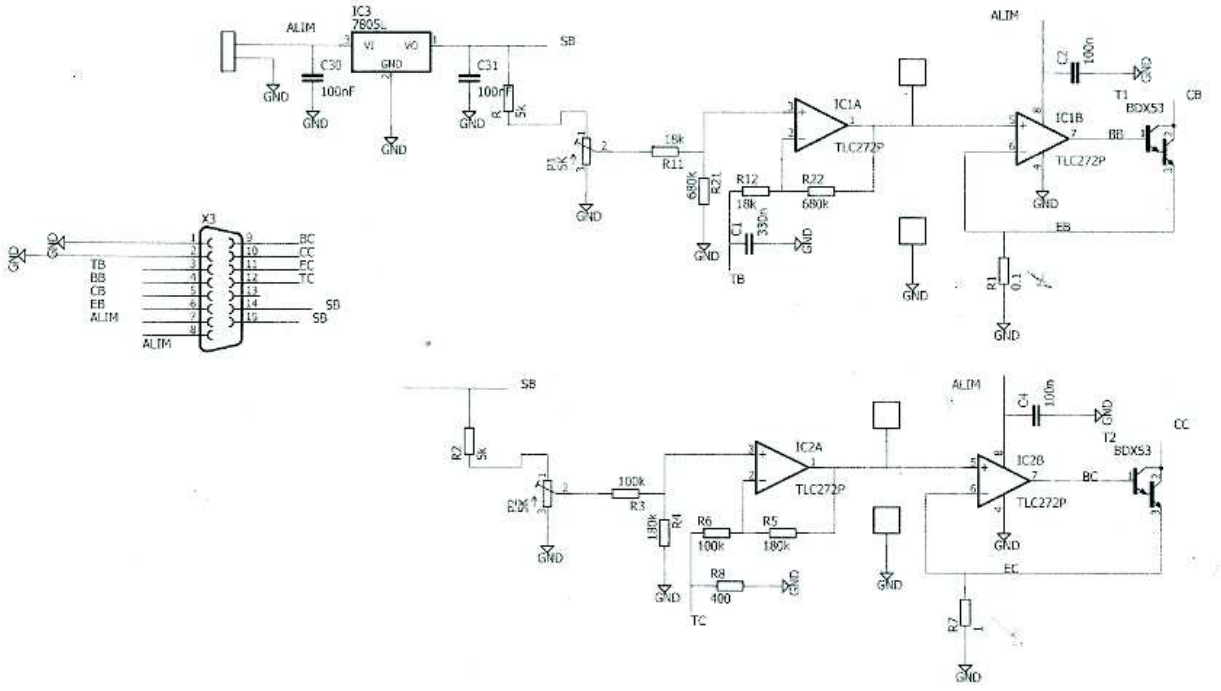

Figure 17: Montage électronique des asservissements en température

5.4 Annexe D : Filtre à -10dB/dec

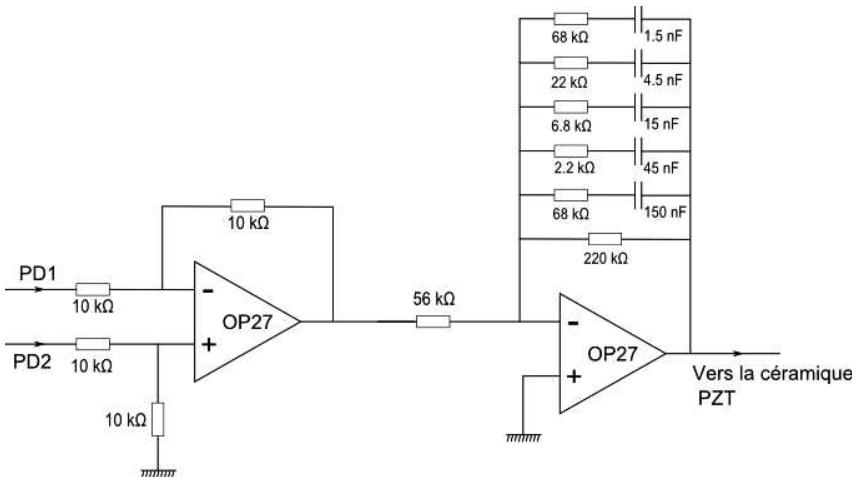

Figure 18: Gauche : Montage soustracteur permettant de créer le signal d'erreur - Droite : Filtre correcteur à -10dB/dec

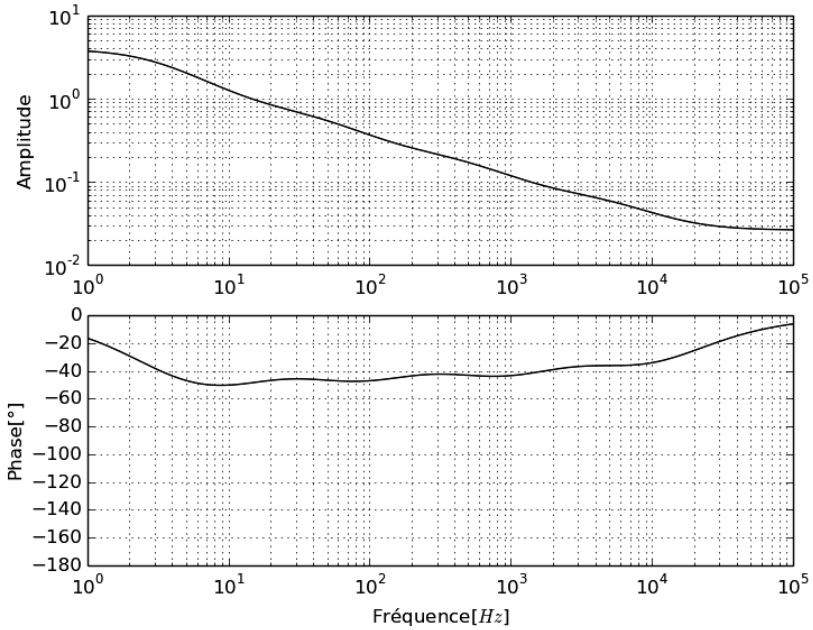

Figure 19: Diagramme de Bode du filtre

References

[BHH+01] Thomas Beier, Hartmut Häffner, Nikolaus Hermanspahn, Savely G. Karshenboim, H.-Jürgen Kluge, Wolfgang Quint, Stefan Stahl, José Verdu, and Günther Werth. New determination of the electron's mass. *Phys. Rev. Lett.*, 88:011603, Dec 2001.

[BLGB13] H. Ball, M. W. Lee, S. D. Gensemer, and M. J. Biercuk. A high-power 626 nm diode laser system for Beryllium ion trapping. *Rev. Sci. Instrum.*, 84:063107, 2013.

[BNF+13] G. Blume, O. Nedow, D. Feise, J. Pohl, and K. Paschke. Monolithic 626 nm single-mode algainp dbr diode laser. *Opt. Express*, 21(18):21677–21684, Sep 2013.

[FVDS95] Dean L. Farnham, Robert S. Van Dyck, and Paul B. Schwinberg. Determination of the electron's atomic mass and the proton/electron mass ratio via penning trap mass spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 75:3598–3601, Nov 1995.

[HC80] T.W. Hansch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics Communications*, 35(3):441 – 444, 1980.

[Trä07] F. Träger. *Springer Handbook of Lasers and Optics*. Springer Handbook of Lasers and Optics. Springer New York, 2007.

[VNE+11] S. Vasilyev, A. Nevsky, I. Ernsting, M. Hansen, J. Shen, and S. Schiller. Compact all-solid-state continuous-wave single-frequency uv source with frequency stabilization for laser cooling of be+ ions. *Applied Physics B*, 103(1):27–33, 2011.

[WOV+11] A. C. Wilson, C. Ospelkaus, A. P. VanDevender, J. A. Mlynek, K. R. Brown, D. Leibfried, and D. J. Wineland. A 750-mw, continuous-wave, solid-state laser source at 313 nm for cooling and manipulating trapped 9be+ ions. *Applied Physics B*, 105(4):741–748, 2011.

[WRLS76] William H. Wing, George A. Ruff, Willis E. Lamb, and Joseph J. Spezeski. Observation of the infrared spectrum of the hydrogen molecular ion hd^+. *Phys. Rev. Lett.*, 36:1488–1491, Jun 1976.

6 Appendice

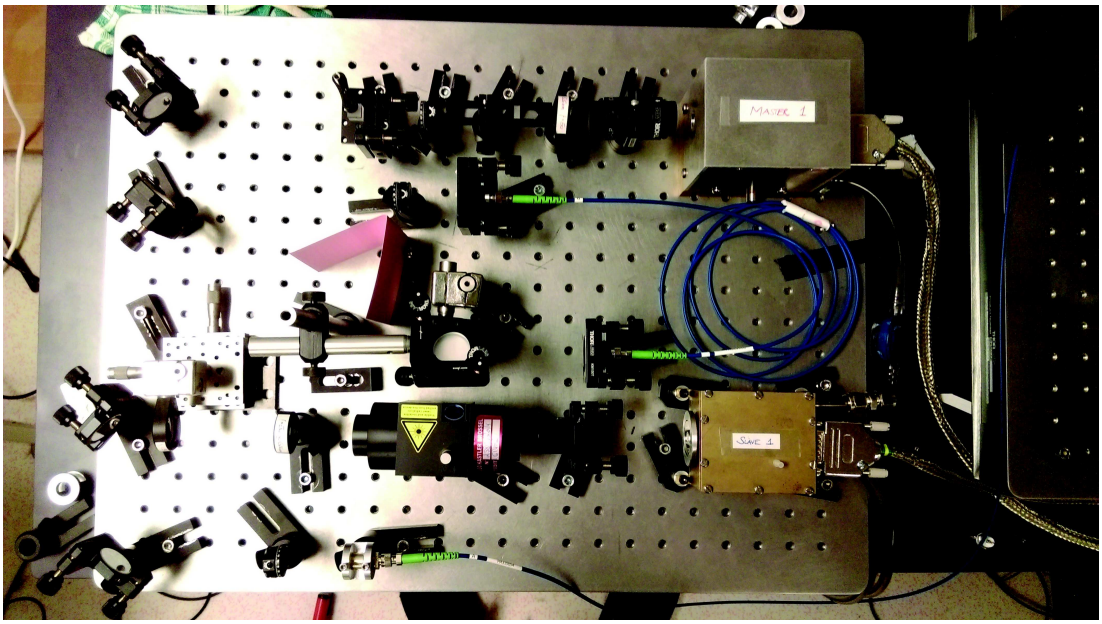

Figure 20: Photo du montage maître-esclave

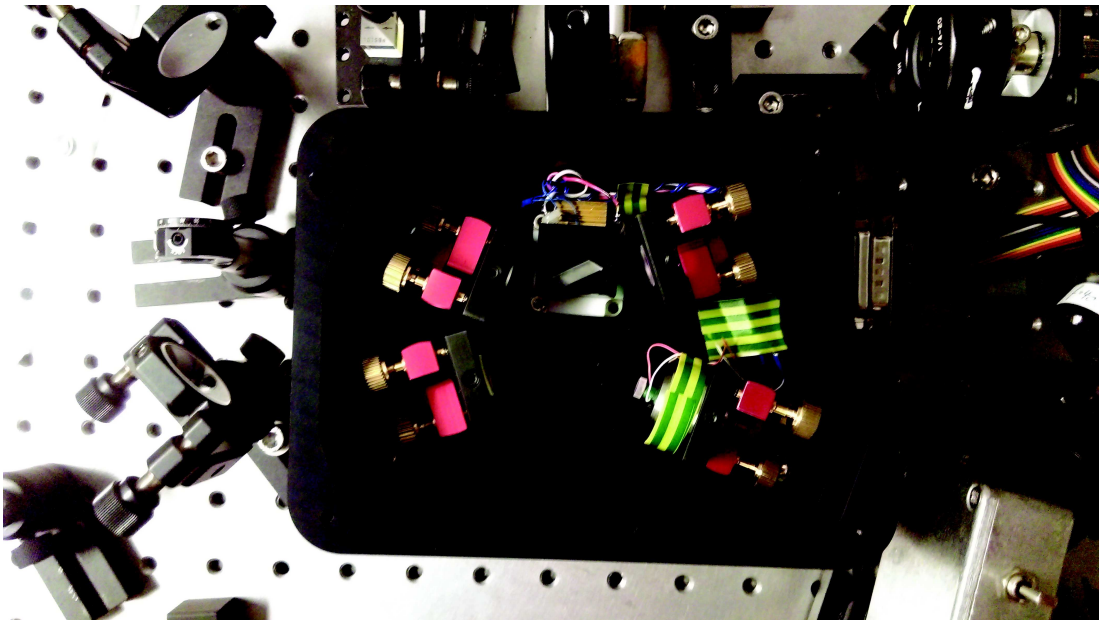

Figure 21: Photo de la cavité de doublage

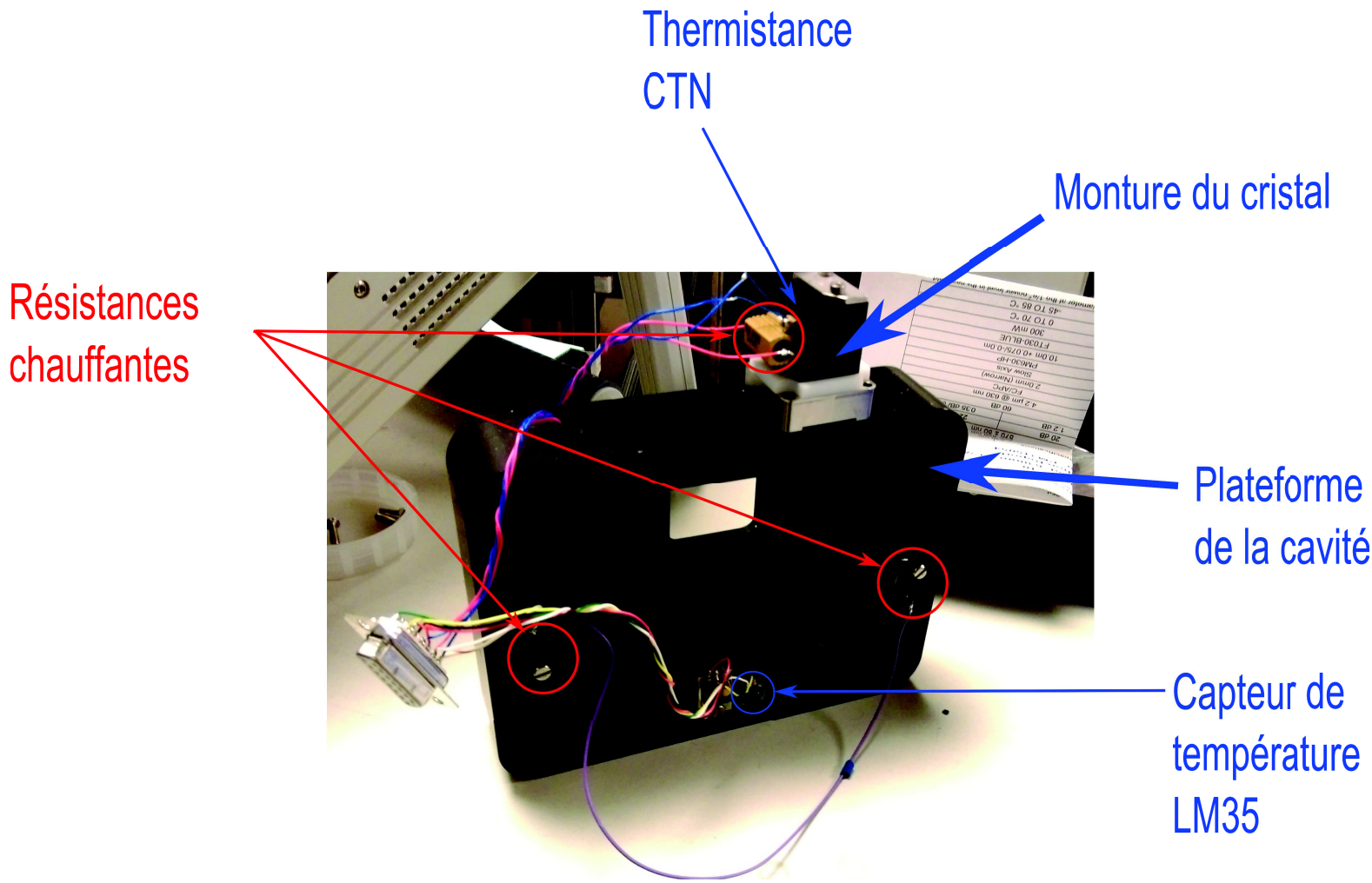

Figure 22: Photo de la plateforme de la cavité et de la monture du cristal