

TD 1 : TEST MATHÉMATIQUES & PHYSIQUE

NOTE : Ce premier TD (2h) va nous permettre d'aborder un grand nombre de sujets en mathématiques et en physique. Il s'agit d'exercices du concours légèrement ou non modifiés. Ce TD est accompagné d'une fiche d'aide. Si vous êtes bloqués sur une question (c'est normal c'est le début de l'année), utilisez cette fiche pour avancer.

1 Géométrie - Mesure de la hauteur des pyramides de Gizeh.

Vers 600 av. J.-C., un mathématicien grec s'est lancé dans la mesure de la plus haute des pyramides de Gizeh, la grande pyramide de Khéops. Pour cela, il utilisa un gnomon, c'est à dire un bâton droit planté verticalement dans le sol, de hauteur $CD = 1.5$ m. Il mesura alors la longueur des ombres projetées par le gnomon $OC = 2.0$ m et par la pyramide $OA = 180$ m comme présenté sur la figure 1.

1. Quel est le nom de ce mathématicien ?
2. En supposant que les rayons du Soleil sont parallèles entre eux, montrer que la hauteur de la pyramide s'exprime :

$$AB = \frac{OA \times CD}{OC}.$$

3. Calculez AB .
4. La hauteur réelle de cette pyramide est de 137 m. Quel est le pourcentage d'erreur de cette mesure réalisée au sixième siècle av. J.-C. ?

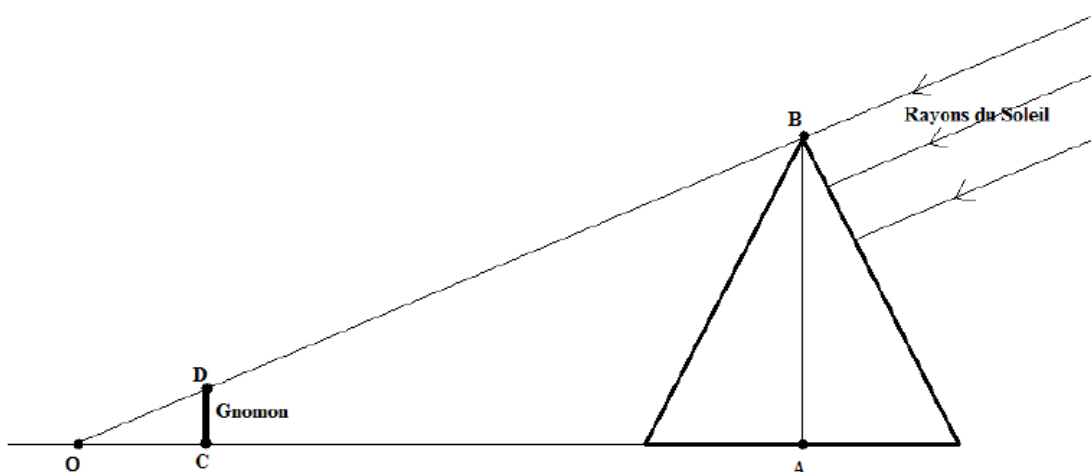


FIGURE 1 – Mesure de la pyramide de Khéops par la méthode du gnomon.

2 Optique - Principe de la réfraction.

On considère un dioptré plan séparant l'air, d'indice de réfraction $n_{air} = 1.00$ et l'eau, d'indice de réfraction $n_{eau} = 1.33$, frappé en I par un rayon incident monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 640$ nm produit par un laser. Ce dioptré est représenté sur la figure 2

1. Quelle est la couleur du rayon incident ?
2. En utilisant la définition de l'indice de réfraction de l'eau, déterminer la vitesse de la lumière dans l'eau.
3. D'après les données, de l'air et de l'eau, quel est le milieu le plus réfringent ? Pourquoi ?
4. Reproduire, sur votre feuille de copie, sans tenir compte de l'échelle, la figure 2. Tracez en pointillés la normale au dioptré au niveau du point d'incidence I . Tracez ensuite le rayon réfléchi et le rayon réfracté.
5. Légendez votre schéma en plaçant l'angle d'incidence θ_i et l'angle de réfraction θ_r .
6. Écrire pour cette configuration la loi de la réfraction connue sous le nom de loi de Snell-Descartes.
7. Que se passerait-il si le faisceau incident était de la lumière blanche et non un laser ?

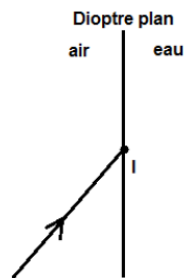


FIGURE 2 – Dioptré plan air-eau.

3 Biophysique - Modélisation d'un oeil humain.

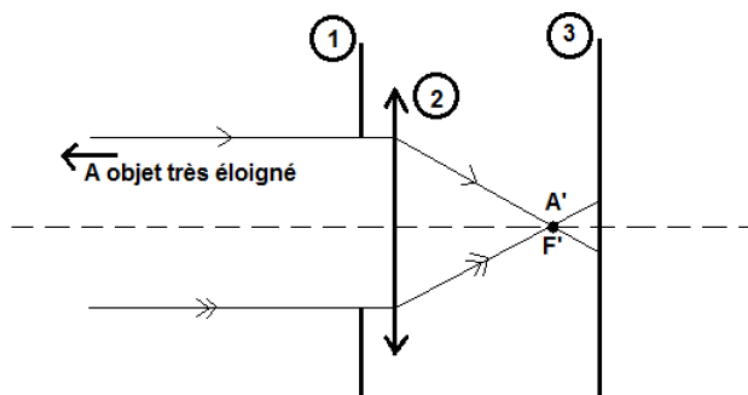


FIGURE 3 – Modélisation d'un oeil humain à l'aide de 3 composants optiques.

1. Nommer les éléments de l'oeil modélisés par les dispositifs 1,2 et 3 de la figure 3.
2. S'agit-il d'un oeil emmétrope, myope ou hypermétrope ? Pourquoi ?
3. Un ophtalmologiste délivre une ordonnance sur laquelle on peut lire :
"oeil droit : -1.5δ et oeil gauche : -2.5δ ".
 - (a) A-t-il prescrit des lentilles convergentes ou divergentes ? Pourquoi ?
 - (b) Sont-elles adaptées pour corriger cet oeil ? Pourquoi ?

4 Mécanique - Le pendule et la mesure du temps.

Le physicien néerlandais Christiaan Huygens construisit la première horloge en 1657. Pour cela, il utilisa les propriétés des oscillations d'un pendule découvertes en 1602 par l'italien Galilée. On se propose de retrouver ces propriétés. Pour cela on construit un pendule en suspendant une masse à un fil et en lançant la masse pour qu'elle effectue des petites oscillations (voir figure 4).

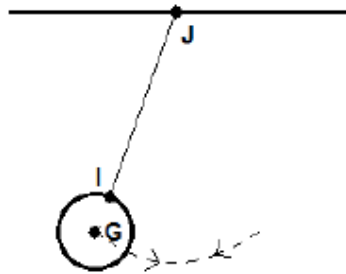


FIGURE 4 – Pendule attaché à son support au point fixe J. G est le centre de gravité du pendule.

1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la masse.
2. Calculer la valeur du poids, à Paris, du pendule si sa masse est $m = 20 \text{ g}$.
3. Reproduire la figure 4 sur votre copie et représenter les forces qui s'exercent sur la masse.

En modifiant la masse m puis la longueur L du fil, on mesure la période T du pendule et on regroupe les mesures dans les tableaux suivants :

Mesures pour une longueur $L = 20 \text{ cm}$.						
Masse m (en g)	10	20	40	60	100	150
Période T (en s)	0.88	0.90	0.91	0.89	0.90	0.92

TABLE 1 – Série de mesures de la période à L constante

Mesures pour une masse $m = 20 \text{ g}$.						
Longueur L (en cm)	10	20	30	40	60	100
Période T (en s)	0.63	0.90	1.10	1.27	1.55	2.01

TABLE 2 – Série de mesures de la période à m constante

4. La période du pendule dépend-elle de sa masse m ? Calculer, en effectuant une moyenne, la valeur de la période T_{20} d'un pendule de longueur $L = 20$ cm.
5. Tracer le graphique représentant la période T du pendule en fonction de la racine carrée de sa longueur \sqrt{L} .
6. Donnez la loi qui régit le mouvement du pendule.
7. Comment choisir L et m pour faire une bonne horloge avec un pendule? Est-ce vérifié dans la réalité.

5 Astrophysique - Durée de vie du soleil

Le Soleil, comme toutes les étoiles, est la source de réactions nucléaires dites *de fusion*. Lorsque 10 % environ de la masse en hydrogène du Soleil seront consommés, le Soleil mourra pour terminer en naine blanche, petite étoile peu lumineuse

1. Qu'appelle-t-on une réaction nucléaire *de fusion*?
2. La masse totale du soleil en hydrogène vaut : $M = 2.0 \times 10^{30}$ kg. Quelle masse d'hydrogène aura été consommée lorsque le Soleil mourra?
3. Lors de la formation de noyaux d'hélium à partir de noyaux d'hydrogène, une énergie $E = 6.3 \times 10^{14}$ J est fournie par le Soleil pour chaque kilogramme d'hydrogène consommé. Calculer l'énergie totale E_{tot} cédée par le Soleil avant sa mort.
4. La puissance du Soleil est de : $P = 3.8 \times 10^{26}$ W. Déterminer alors la durée de vie de cette étoile, en années.
5. Sachant que notre système solaire s'est formé il y a environ 5 milliards d'années, combien de temps va-t-il encore persister?

6 Arithmétique

Résoudre les équations suivantes :

- $3x - 8 = -5x + 2$
- $\frac{3}{8}x - 5 = \frac{1}{4}x - 3$
- $(-3y + 8)(3y + 8) = 0$
- $4y^2 - 1 = 0$
- $-25b^2 + 81 = 0$